

# Analýza signálů I

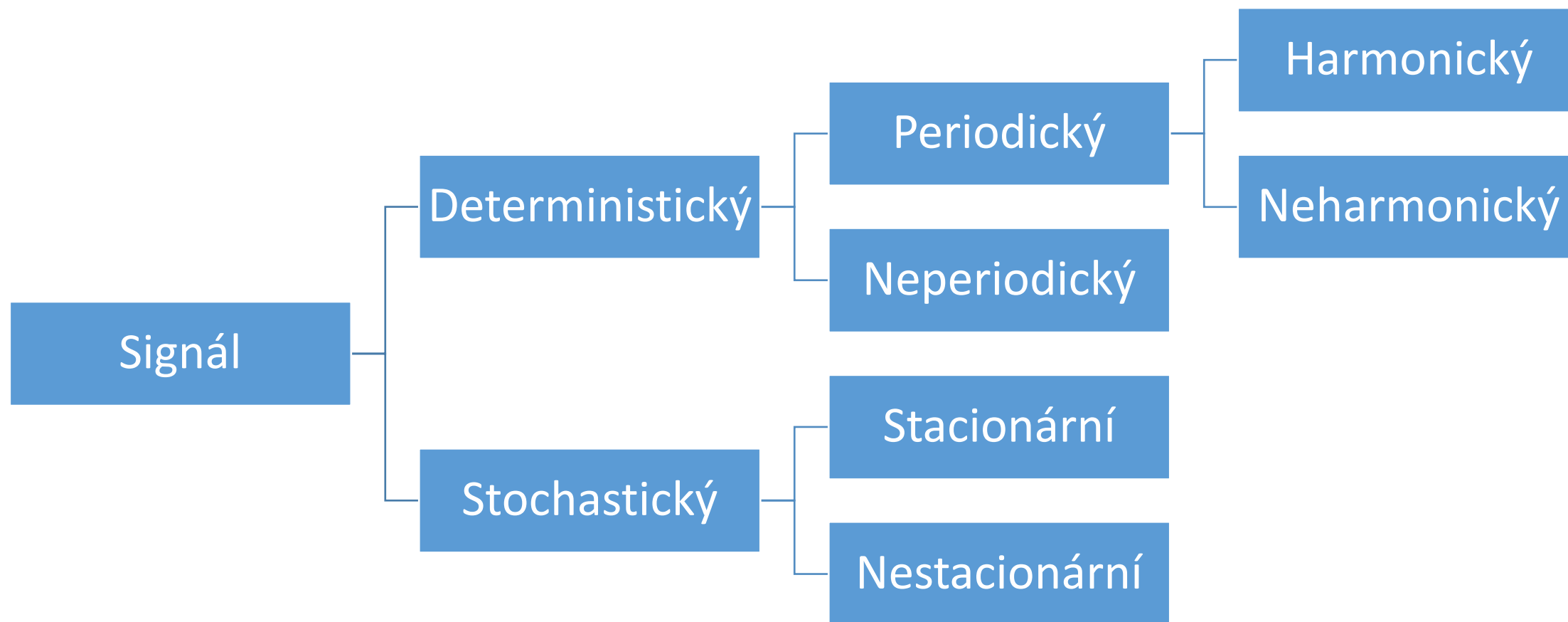
Blok 1 část 1

Ing. Jan Hejda, Ph.D.  
jan.hejda@fbmi.cvut.cz

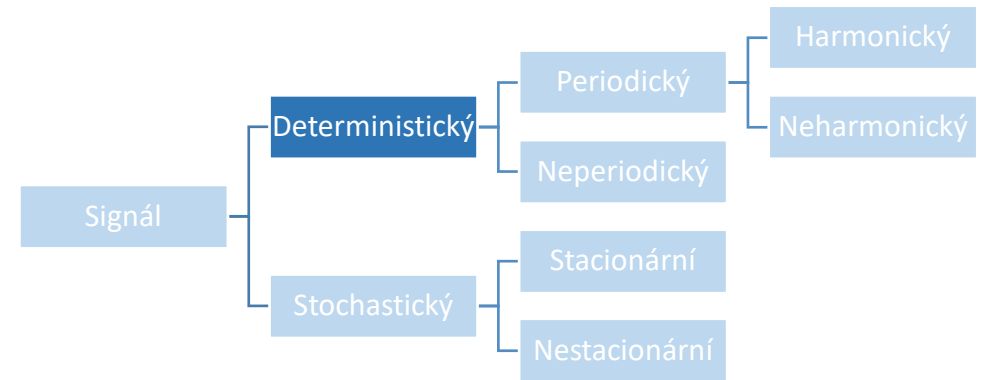
# Signál

- Prostředek přenosu informace (*Cohen*),
- Jakákoliv fyzikální kvantita měnící se v čase, prostoru, nebo s nějakou další veličinou (*Proakis, Manolakis*),
- Matematicky může být popsán jako funkce jedné či více proměnných,
- Reálný signál: jde o fyzikální veličinu např. elektrické napětí,
- Abstraktní signál: matematický model.

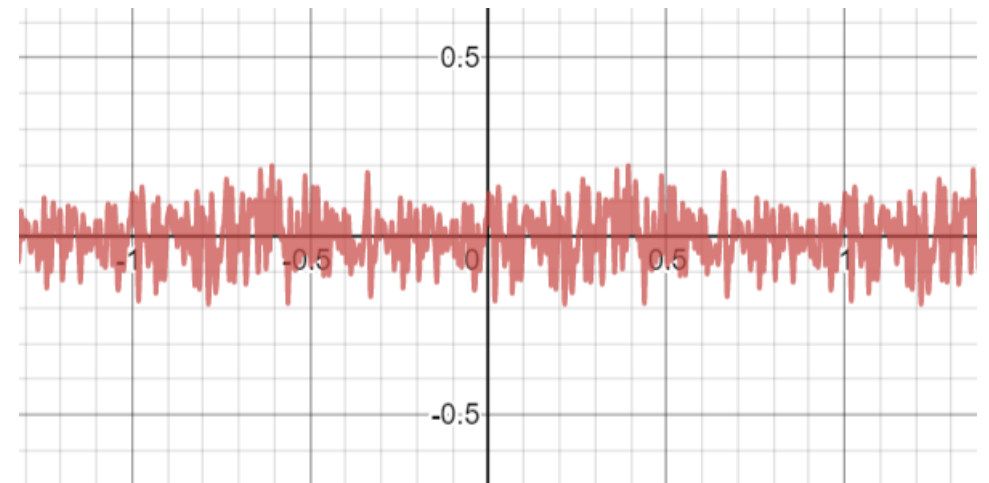
# Typy signálů



# Deterministický signál



Hodnotu lze určit v jakýkoliv čas  
s absolutní jistotou



# Periodický signál

hodnoty se opakují v určitých konstantních intervalech:

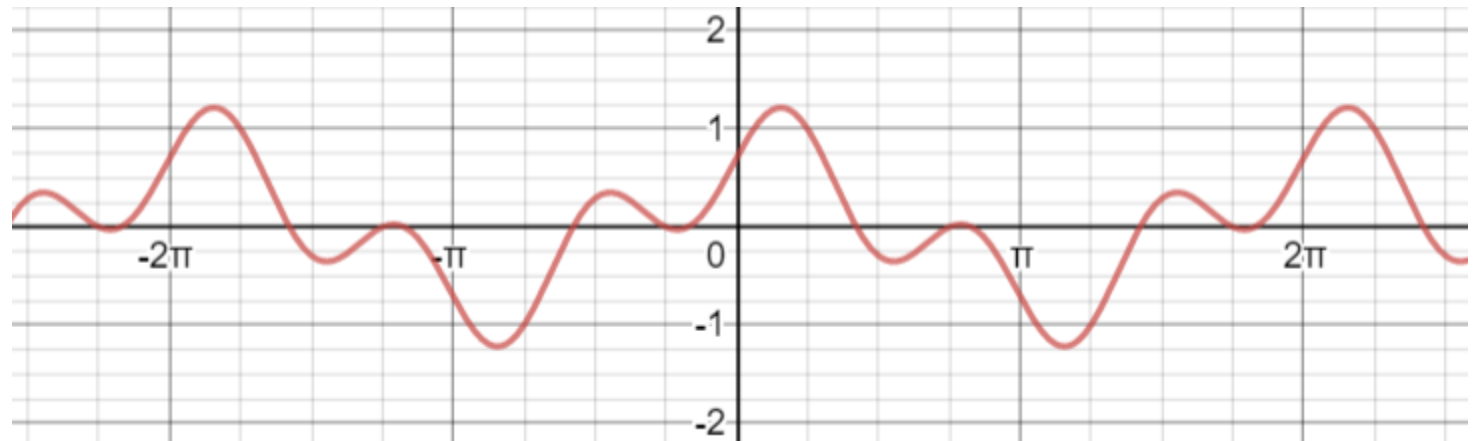
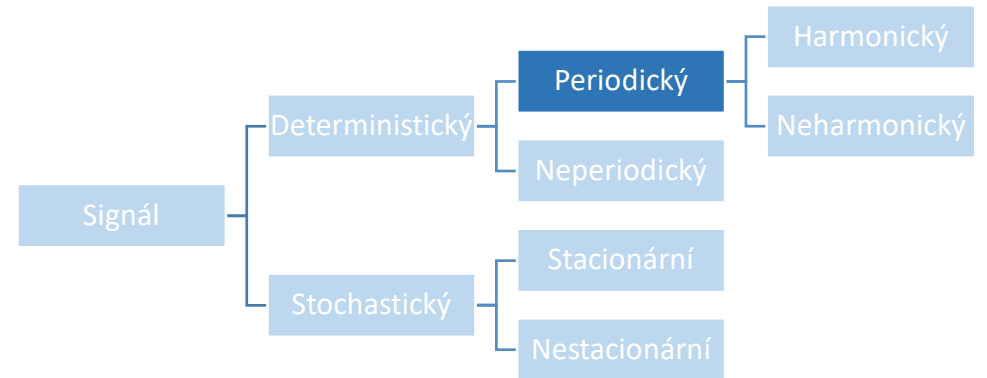
$$f(t) = f(t + mT_0), T_0 > 0, t \in (-\infty; \infty), \forall m \in \mathbb{Z}$$

kde

$f(t)$  je funkce času

$t$  je čas

$T_0$  je **perioda**



# Harmonický signál

Ize popsat goniometrickou funkcí sinus nebo cosinus:

$$f(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

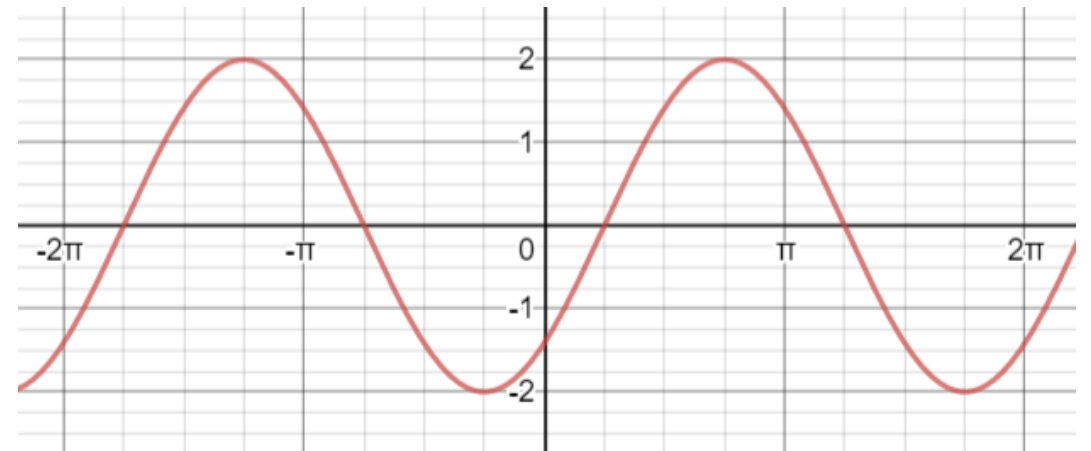
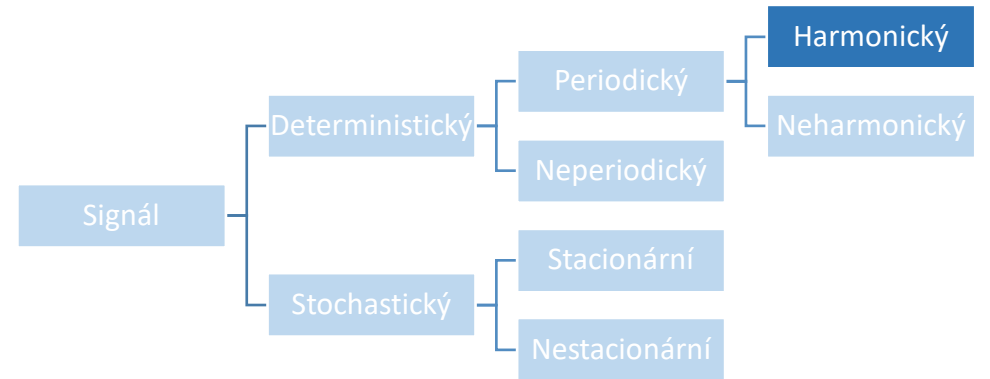
kde

$A$  – amplituda

$\omega$  – úhlová frekvence

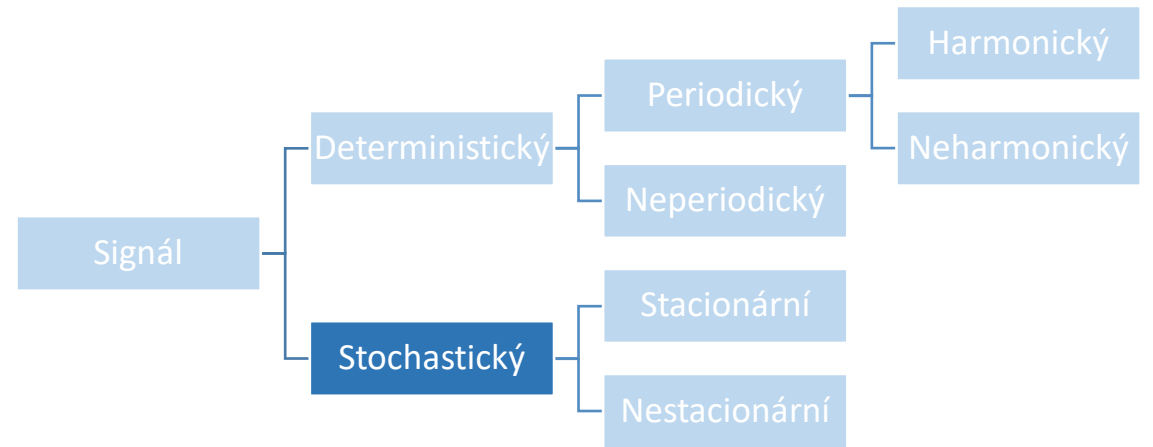
$t$  – čas

$\varphi_0$  – počáteční fáze



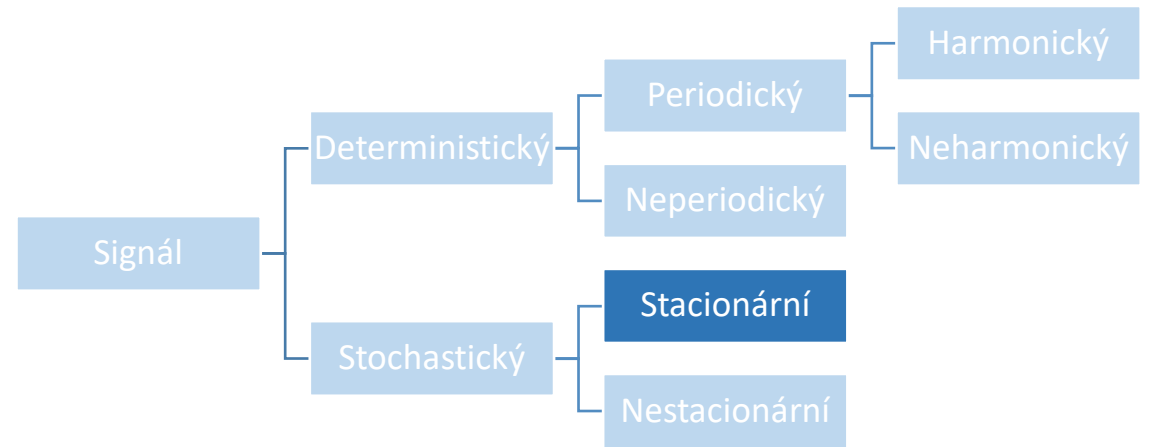
# Stochastický signál

- Hodnotu vzorku (realizace) v libovolném okamžiku lze určit pouze s nějakou pravděpodobností.
- Popisuje se pravděpodobností výskytu.



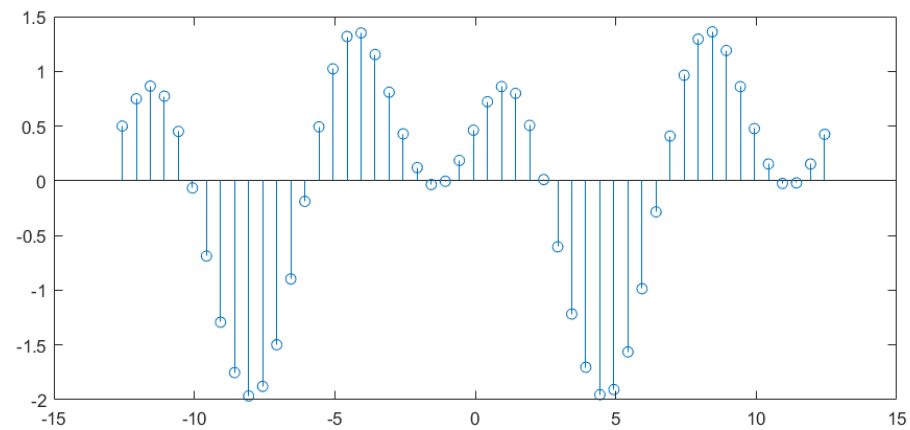
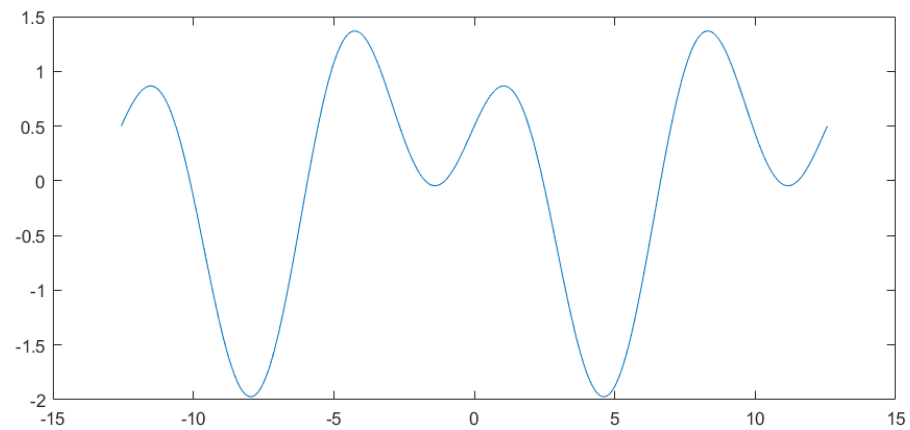
# Stacionární signál

- Statistické vlastnosti se nemění s časem.
- Hranice mezi nestacionárními a stacionárními signály je nutno určovat s přihlédnutím ke zkoumané délce signálu.

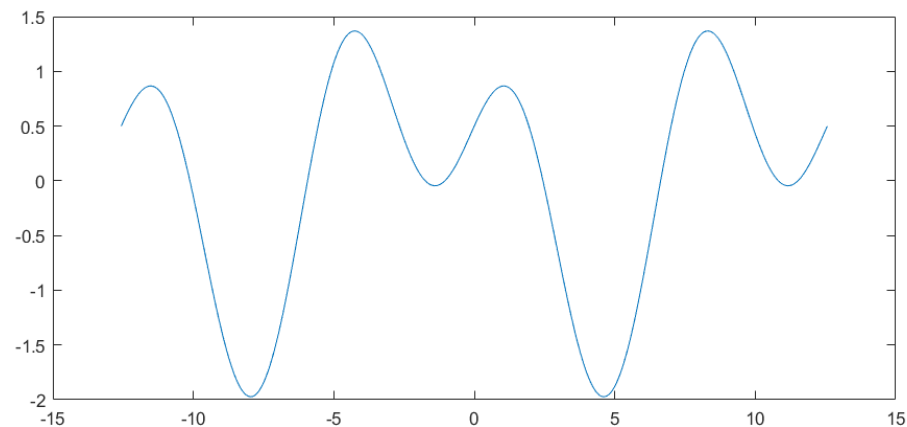




# Spojité vs. diskrétní signál



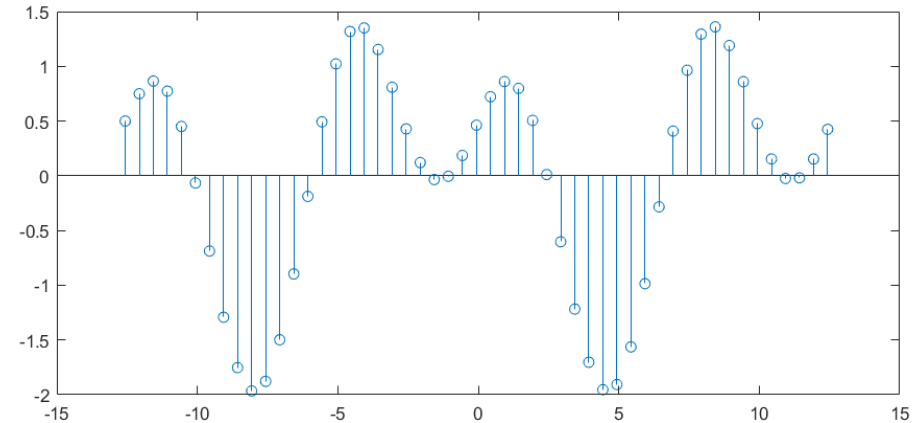
# Spojité signál



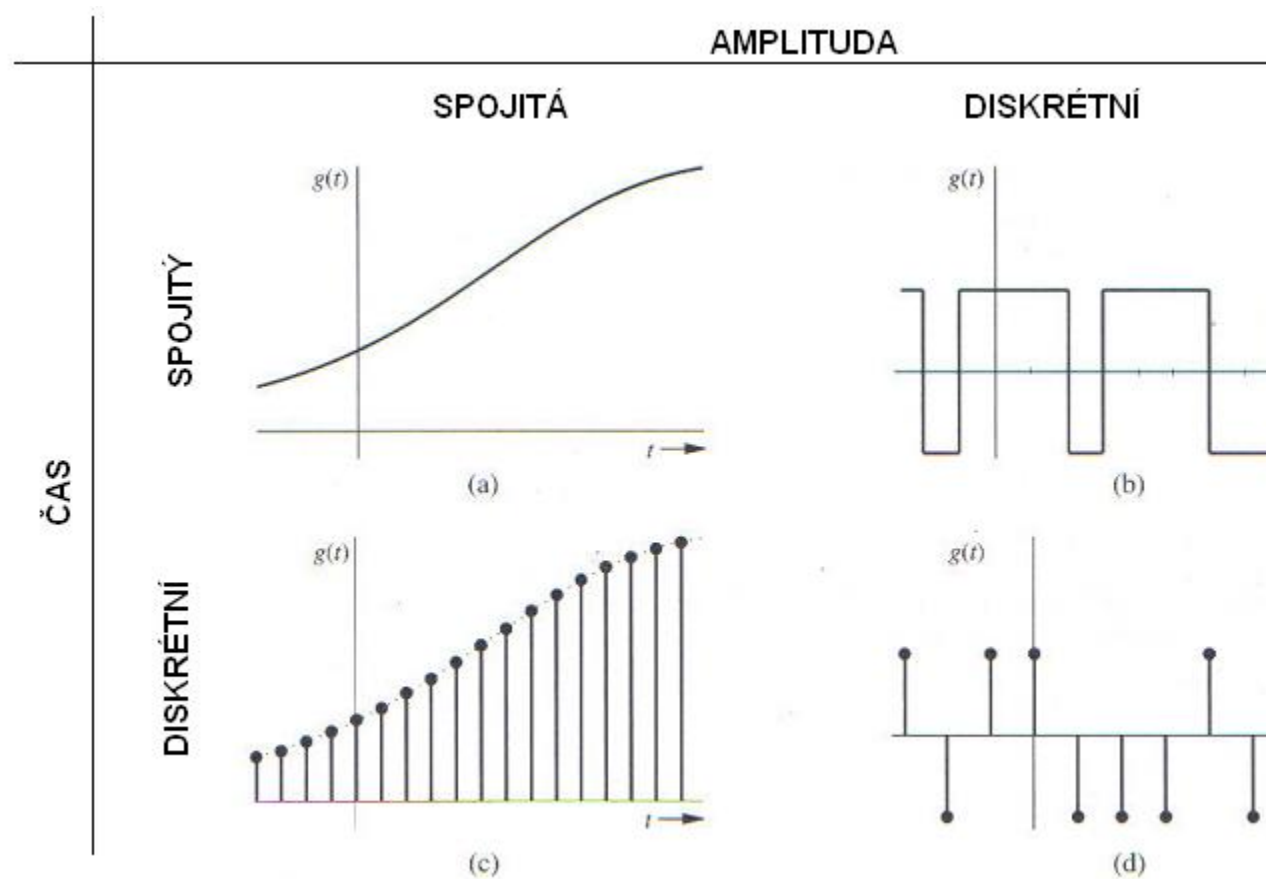
- Signál spojitý v čase,
  - Závislý na spojité proměnné.
- Signál spojitý v amplitudě,
  - Může nabývat spojitých hodnot.

# Spojité vs. diskrétní signál

- Signál diskrétní v čase,
  - Závislý na diskrétní proměnné.
  - Lze zapisovat jako posloupnost  $\{x_n\}$ , kde  $n \in \mathbb{Z}$
- Signál diskrétní v amplitudě,
  - Vzorke nabývají diskrétních hodnot.



# Spojité vs. diskrétní signál

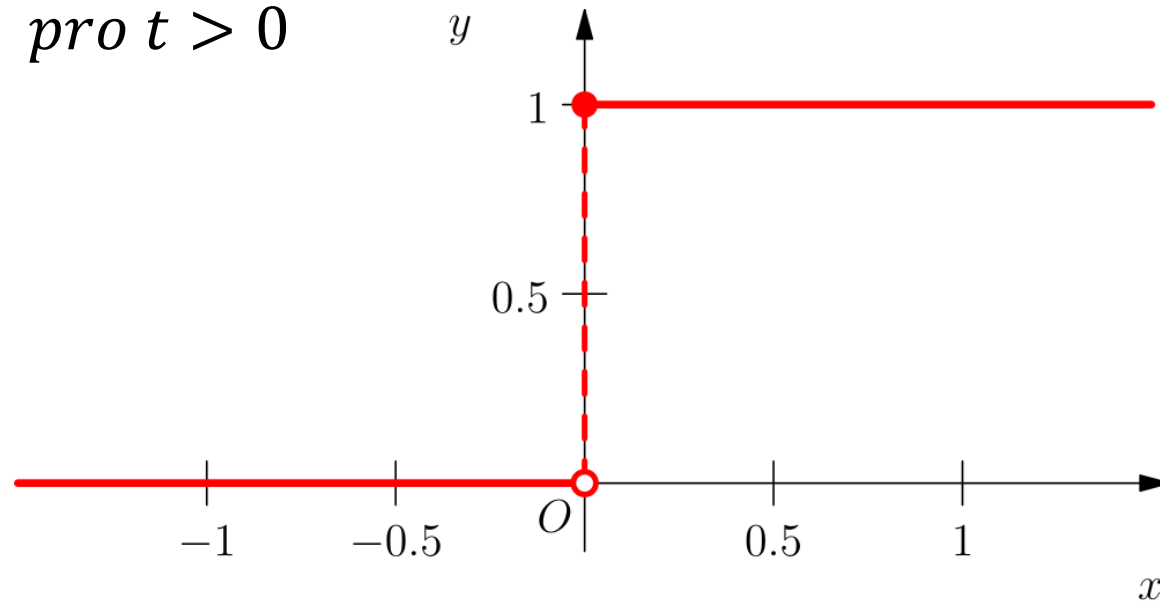


# Typické signály

- Jednotkový skok (Heavisideova funkce, unit step)

- Nespojité funkce

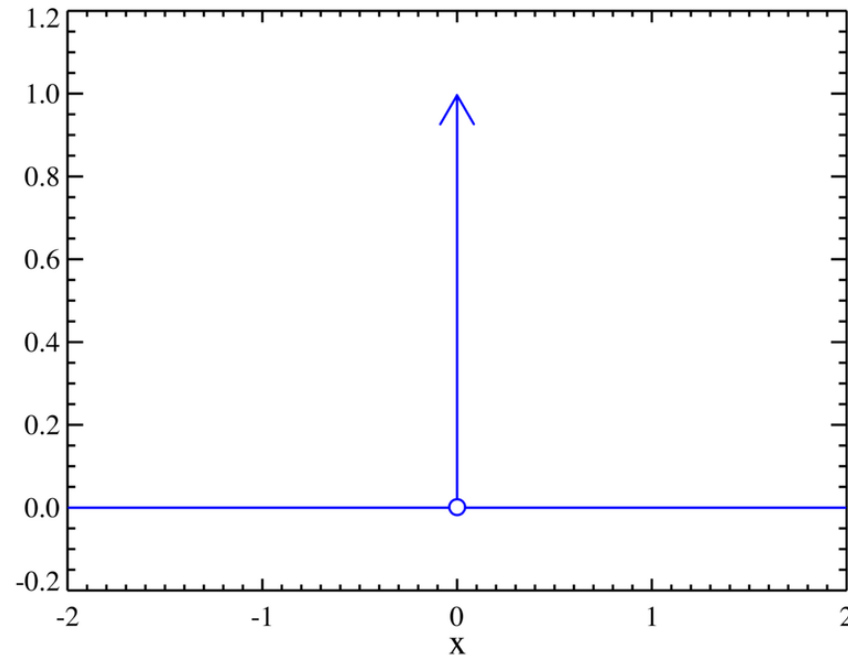
- $$H_p(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ p & \text{pro } t = 0 \\ 1 & \text{pro } t > 0 \end{cases}$$



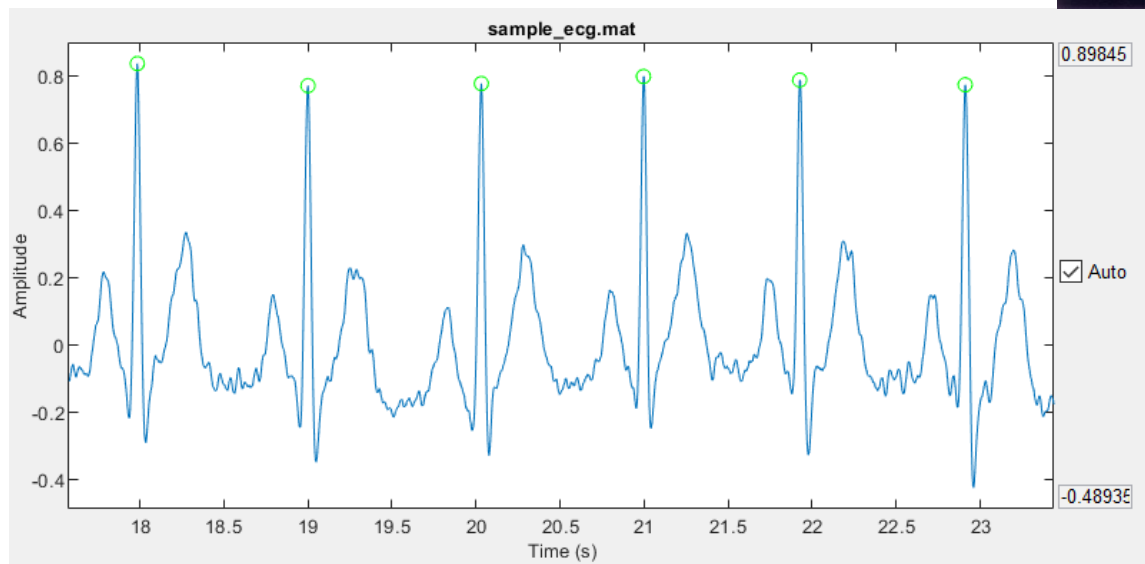
# Typické signály

- Jednotkový impuls (Diracova delta)

- $\delta(t) = \begin{cases} +\infty & \text{pro } t = 0 \\ 0 & \text{pro } t \neq 0 \end{cases}$



# Biologické signály



# Biologické signály

- **Vlastní (generované)**

- Aktivní činnost organismu,
- Např. teplota, elektrická aktivita svalů, srdce.

- **Zprostředkované (modulované)**

- Záznam interakce organismu s generovaným signálem,
- Např. ultrazvuk, RTG záření, odraz viditelného světla.



# Generované signály

Druh projevu	Způsob snímání	Diagnostická metoda
Mechanické tlak pohyb, rychlost výkon	mechanoelektrické měniče	spirometrie (plicní objem) tonometrie (tlak) fonokardiografie apexkardiografie ergometrie
Tepelné	teploměry detektor infračerveného záření	termometrie, kontaktní t. termovize
Elektrické	elektrody	EEG, EKG, EMG, EP, ERG
Magnetické	supravodivý kvantový magnetometr, MEG	MKG(kardio),MMG (myo),MEG(encefalo)
Faktory vnitřního prostředí pH,pO <sub>2</sub> ,pCO <sub>2</sub>	elektrody	monitorování vnitřního prostředí

# Modulované signály

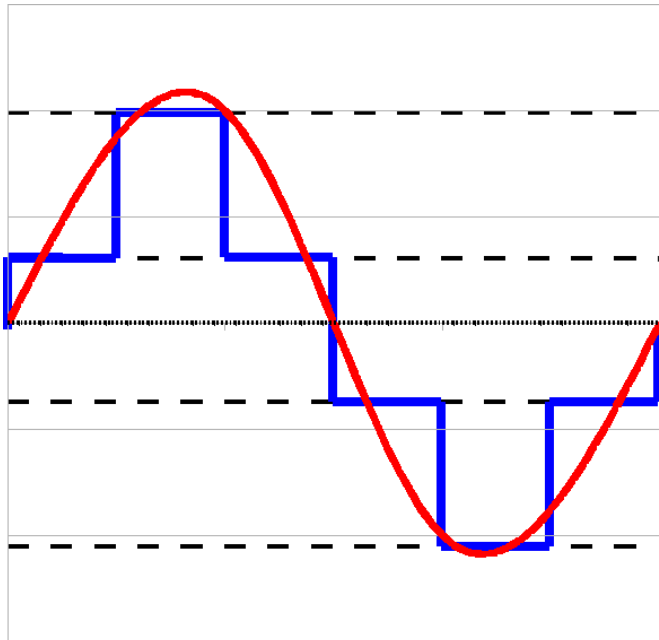
MODULOVANÁ VELIČINA	ZPŮSOB MODULACE	SNÍMAČ	DIAGNOSTICKÁ METODA
rtg. záření	útlum	fotomateriál	skiografie, skiaskopie (rtg)
jaderné záření	rozložení aktivity zářiče emise fotonů emise positronů	scintilační detektory	pohybová scintigrafie gama kamera SPECT, PET
viditelné záření	odraz/lom světla	fotokamera videokamera	(video)endoskopie
ultrazvuk	odraz změna frekvence	piezoelektrický měnič	ultrasonografie dopplerovské metody
elektrický proud	elektrická vodivost stimulace	elektrody	reopleysmografie chronaxigrafie
elektromagnetické pole	rezonanční, elektromagnetický impuls	měřící cívky	magnetická rezonanční tomografie (MRI- imaging)

# Zpracování signálu



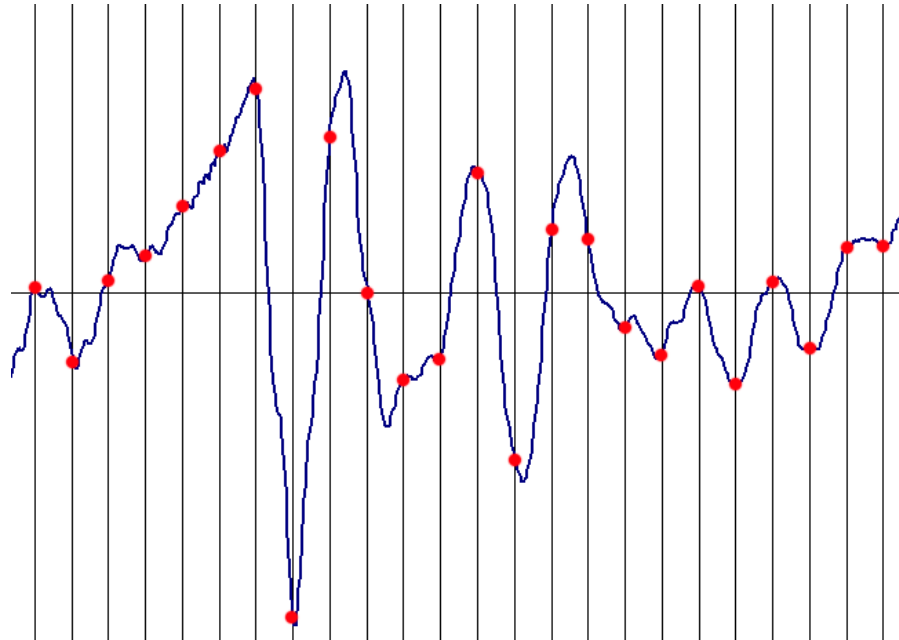
# Digitalizace signálu

## Kvantování



By Hyacinth - Own work, CC BY-SA 3.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=23867344>

## Vzorkování



# Kvantování

Kvantizační funkce

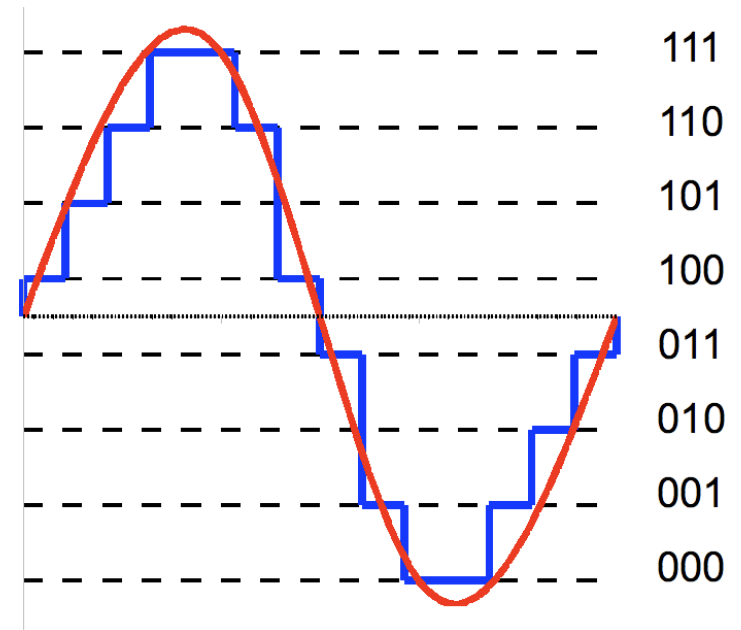
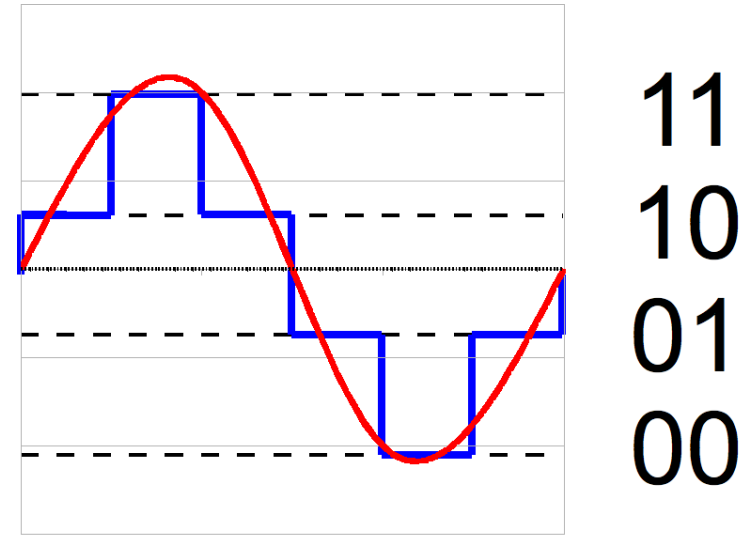
$$Q: \mathbb{R} \rightarrow L$$

kde

$$L = \{0, 1, \dots, k\}$$

$\log_2 k$  se nazývá bitová hloubka  
(bit depth)

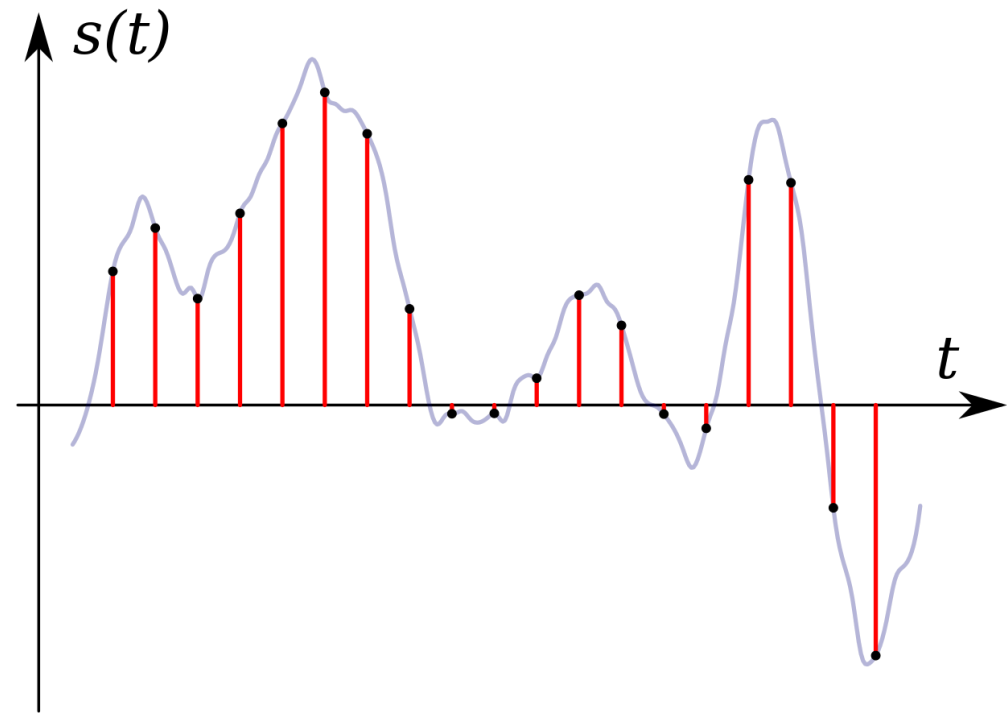
Typicky (ale ne nutně) násobek 8.



# Vzorkování

- Diskretizace signálu,
- Ztrátový proces.
- Interval vzorkování  $T$ ,
- Výsledná funkce

$$s(t) = s(nT)$$



# Vzorkovací teorém

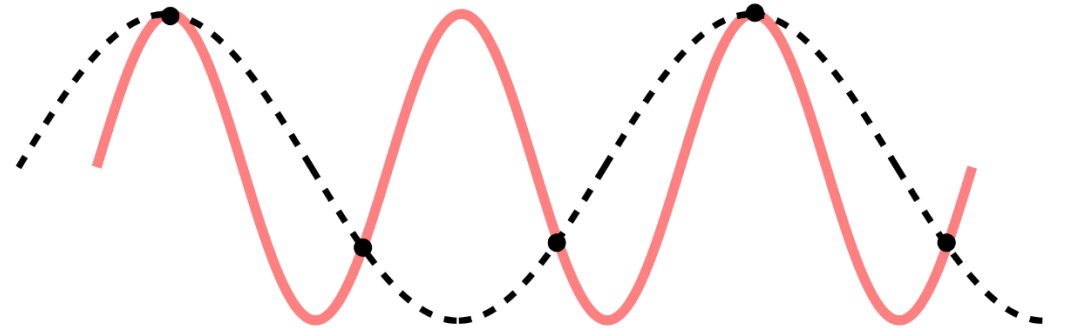
- Shannonův teorém,
- Nyquistův teorém,
- Kotělnikovův teorém.

$$f_s > 2f_{max}$$

kde

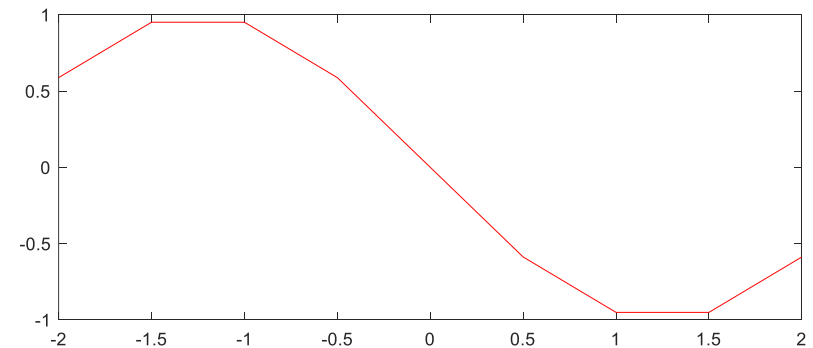
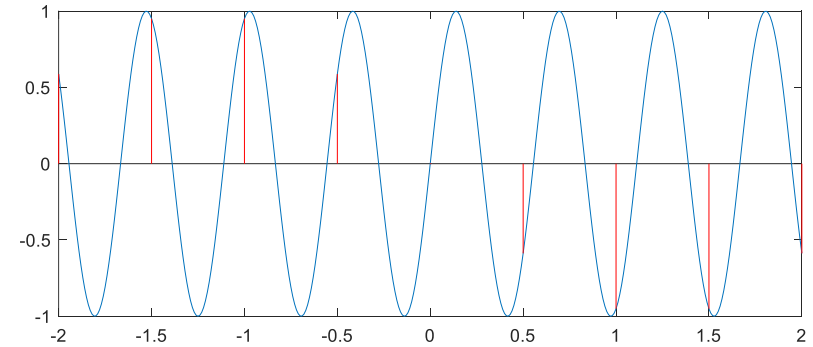
$f_s$  je vzorkovací frekvence

$f_{max}$  je maximální frekvence  
obsažená v signálu.



# Vzorkovací teorém

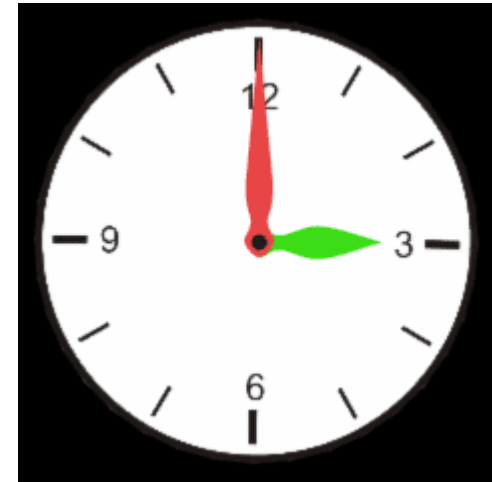
- **Aliasing**
  - Vzniká, když není dodržena podmínka vzorkovacího teorému.





# Vzorkovací teorém

- **Aliasing**
  - Vzniká, když není dodržena podmínka vzorkovacího teorému.



# Vzorkovací teorém

- **Aliasing**
  - Vzniká, když není dodržena podmínka vzorkovacího teorému.



# Zpracování signálu

